



Master 1 Actuariat

Bureau d'étude

R-Shiny : Prolongement de tables de maintien en invalidité et impact de l'âge de départ à la retraite sur les garanties invalidité

Auteurs :

Léonie LE BASTARD
Houda BENABDERRAHMAN
Malika TRAORÉ

Encadrants :

Mr. Franck VERMET
Mme. Korotoumou TRAORÉ

Version 0.1 du
10 juin 2018

Remerciements

Avant de commencer notre rapport, nous souhaitons remercier toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à notre bureau d'étude. Tout d'abord, nous remercions chaleureusement Korotoumou TRAORÉ ancienne élève de l'EURIA (promotion 2017) pour son mémoire sur lequel est basé ce sujet qui nous a permis d'acquérir de nouvelles compétences en assurance vie et en informatique. Elle nous a accompagnées et guidées dans notre travail. Nous tenons également à la remercier pour sa disponibilité.

Pour terminer, nous aimerions remercier notre tuteur universitaire Monsieur Franck VERMET ainsi que Monsieur Anthony NAHELOU, actuaire indépendant, responsable des bureaux d'études. Il nous ont conseillées et orientées au cours des différentes séances de bureau d'étude afin de permettre à notre projet de progresser.

Résumé

Dans le cadre de ce bureau d'étude, nous avons développé une application R-Shiny permettant à toute personne même non familière avec le langage informatique d'effectuer des calculs actuariels portant sur les garanties invalidités.

L'application se basant sur le mémoire de Korotoumou Traoré, ancienne élève de l'EU-RIA promotion 2017, a plusieurs objectifs :

- Le prolongement de tables de maintien en invalidité jusqu'à un âge choisi à partir de tables de mortalité
- Le calcul de provisions mathématiques dans le cadre de garanties invalidité, en fonction de la table de maintien en invalidité et du choix de l'âge légal de départ à la retraite
- Le calcul de la probabilité de maintien en invalidité pour un assuré donné
- Le calcul de la provision mathématique pour un portefeuille d'invalides
- L'étude de l'influence de l'âge de départ à la retraite et des tables utilisées, sur les provisions mathématiques

Mots clés : Invalidité, Mortalité, Prolongement, Mensualisation, Interpolation, Provisions Mathématiques ...

Table des matières

Introduction	7
0.1 Origine du sujet	7
0.2 Contexte	7
1 Présentation de R-Shiny	10
1.1 Fonctionnement de R-Shiny	10
1.2 Conception de l'application	11
2 Calculs et prise en main de notre application	12
2.1 Prolongement de tables de maintien en invalidité	12
2.1.1 Introduction : Objectif de l'outil	12
2.1.2 Comment sont structurées ces tables?	13
2.1.3 Paramètres à fixer	13
2.1.4 Résultats	15
2.2 Mensualisation de la table de maintien en invalidité	16
2.2.1 Introduction : Objectif de l'outil	16
2.2.2 Explication de la méthode d'interpolation	17
2.3 Calcul de probabilité de maintien en invalidité	17
2.3.1 Introduction : Objectif de l'outil	17
2.3.2 Paramètres à fixer	17
2.3.3 Exemple	18
2.3.4 Résultats	18
2.4 Calcul des provisions mathématiques pour un assuré	20
2.4.1 Introduction : Objectif de l'outil	20

2.4.2	Paramètres à fixer	22
2.4.3	Résultats : Comment est calculée cette provision mathématique? .	23
2.5	Calcul des provisions mathématiques pour un portefeuille d'assurés	24
2.5.1	Objectif de l'outil	24
2.5.2	Paramètres à fixer	24
2.5.3	Résultat	25
3	Étude statistique de l'impact de l'augmentation de l'âge de départ à la retraite sur les garanties invalidité	26
3.1	Effet du choix de la table de maintien en invalidité sur les provisions mathématiques	26
3.2	Effet de l'augmentation de l'âge de départ à la retraite	27
3.3	Étude de la méthode de prolongement des tables de maintien en invalidité et de sa pertinence	28
	Conclusion	31
	Bibliographie	32
	A Codes R	33

Table des figures

2.1	Structure de la table de maintien en invalidité du BCAC	13
2.2	Paramètres à fixer pour le prolongement de la table de maintien en invalidité	13
2.3	Extrait de la table de mortalité TD88-90	14
2.4	Valeurs de la fonction $S_{62}(t)$	15
2.5	Exemple de prolongement de la table d'invalidité du BCAC pour un âge d'entrée en invalidité de 40 ans	16
2.6	Extrait de table de maintien en invalidité avec anciennetés annuelles	16
2.7	Extrait de table de maintien en invalidité avec anciennetés mensuelles . . .	17
2.8	Paramètres à fixer pour le calcul de la probabilité de maintien en invalidité	18
2.9	Extrait de table de maintien en invalidité avec anciennetés annuelles	19
2.10	Paramètres à fixer pour le calcul des provisions mathématiques	22
2.11	Paramètres à fixer pour le calcul de la provision mathématique pour un portefeuille d'assurés	25
3.1	Effet du choix de la table d'invalidité sur les provisions mathématiques . . .	26
3.2	Impact de l'âge de départ à la retraite sur les provisions mathématiques d'un assuré	28
3.3	Extrait de la table du BCAC 2013 prolongée jusque 69 ans	29
3.4	Évolution d'une population de valides et d'invalides	30

Liste des sigles et acronymes

ACPR	Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution
BCAC	<i>Bureau Commun d'Assurances Collectives</i>
CPAM	<i>Caisse Primaire d'Assurance Maladie</i>
PASS	<i>Plafond Annuel de la Sécurité Sociale</i>
PM	<i>Provisions Mathématiques</i>

Introduction

0.1 Origine du sujet

En septembre 2017, Korotoumou Traoré élève de l'EURIA, a soutenu son mémoire d'actuariat (Traoré 2017) sur le sujet " Effet d'un changement réglementaire de l'âge de la retraite sur les garanties invalidité d'un portefeuille de prévoyance collective". L'objectif de ce bureau d'études est d'implémenter les calculs traités dans ce mémoire et de créer un outil permettant à toute personne de pouvoir calculer et visualiser les effets d'un changement de l'âge de départ à la retraite ainsi que du choix de la table de maintien en invalidité sur les provisions mathématiques en laissant libre choix des paramètres. Une application a donc été développée grâce à l'outil R-Shiny se servant de la puissance de calcul du logiciel R et permettant la création de pages web interactives afin de permettre à toute personne, même non-initiée à la programmation, d'utiliser les fonctions et algorithmes codés sous R. Cette application est disponible sur l'Euria-lab à l'adresse : <http://euria-lab.fr/>

0.2 Contexte

La reconnaissance de l'invalidité par la sécurité sociale permet de percevoir une pension en compensation de la perte de salaire entraînée par l'état de santé de l'assuré. Une personne est déclarée invalide si, après une maladie ou un accident non professionnel, sa capacité de travail ou de gain est réduite d'au moins 2/3. Afin de déterminer le montant de la pension, les personnes invalides sont classés par la Sécurité sociale en 3 catégories, en fonction de leur situation :

- 1^{ère} catégorie : Invalides capables d'exercer une activité rémunérée
- 2^e catégorie : Invalides absolument incapables d'exercer une profession quelconque
- 3^e catégorie : Invalides étant dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie

La catégorie d'invalidité est déterminée par le médecin de la CPAM (Caisse Primaire d'Assurance Maladie). La rente de la sécurité sociale sera alors fonction du salaire annuel moyen, obtenue à partir de vos 10 meilleures années de salaire, dans la limite du plafond annuel de la sécurité sociale (PASS). Cette rente dépendra également de la catégorie d'invalidité.

Voici les pensions d'invalidité en pourcentage du salaire annuel moyen :

- 1^{re} catégorie : 30%
- 2^e catégorie : 50%
- 3^e catégorie : 50%, majoré de 40% au titre de la majoration pour tierce personne

Le salarié fait alors face à une perte de revenu.

Afin de compenser cette perte dû à l'arrêt de travail, il existe une garantie optionnelle figurant dans les contrats d'assurance décès permettant ainsi à l'assuré de préserver son niveau de vie. Celle-ci s'ajoute alors à la rente d'invalidité de la sécurité sociale. La valeur de la pension dépend du contrat de l'assurance.

L'invalidité est une notion directement liée à la capacité de travail. Un retraité ne peut donc pas être reconnu invalide. Le versement de la rente d'invalidité par l'assureur se fera alors jusqu'à la sortie d'invalidité de l'assuré ou jusqu'à son départ à la retraite.

Il est donc important de remarquer qu'une modification de l'âge légal de départ à la retraite augmentera la période probable de versement des rentes. Cela impactera alors les provisions mathématiques de l'assureur qui seront naturellement revues à la hausse.

En effet, les provisions mathématiques évaluent la différence entre les engagements de l'assureur et ceux de l'assuré. Une augmentation de la période de versement des rentes aura pour effet d'augmenter les engagements de l'assureur, alors que ceux de l'assuré resteront inchangés.

Une fois l'invalidité reconnue, l'assureur se doit de verser une rente à l'assuré, tandis que ce dernier n'a plus de primes à payer. La provision mathématique est alors la somme des flux probabilisés et actualisés de l'assureur envers l'assuré. Ces flux probabilisés sont calculés en évaluant la probabilité de maintien en invalidité de l'assuré pour chaque période de versement de la rente. On utilise pour cela une table de maintien en invalidité construite par le Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC).

Le BCAC construit régulièrement de nouvelles tables afin de prendre en compte l'évolution au cours des années des probabilités de maintien en invalidité. On comprend alors que le choix de la table a également un impact sur le calcul des provisions mathématiques.

La table du BCAC 2010 considère un âge de départ à la retraite de 62 ans, tandis que la table du BCAC 2013 le fixe à 65 ans. Une augmentation de l'âge de départ à la retraite

nécessite alors un prolongement de la table de maintien du BCAC afin de pouvoir évaluer les provisions mathématiques pour ce nouvel âge maximal de versement de la rente d'invalidité.

La première fonctionnalité de l'application consistera donc à prolonger une table d'invalidité sélectionnée, jusqu'à un âge de départ à la retraite choisi.

Chapitre 1

Présentation de R-Shiny

1.1 Fonctionnement de R-Shiny

R shiny est un package développé par R studio dans le but de créer et de mettre en ligne des applications web interactives. L'un des avantages de R shiny est que l'utilisateur n'a pas besoin d'avoir des connaissances dans d'autres langages de programmation ; seule la maîtrise de R suffit.

Cependant, il est possible d'utiliser des outils de programmation tels que HTML, JavaScript et CSS dans le but de compléter les fonctionnalités de R shiny et de customiser l'application.

Concernant le fonctionnement du package **shiny**, il est nécessaire de créer au préalable deux fichiers qui sont le UI et le SERVER.

- La partie UI (User Interface script) : permet de contrôler la mise en page et l'apparence de l'application. C'est dans cette partie que sont définis toutes les variables d'entrée (Input) et les différents résultats (output) que l'on souhaite afficher. Cela permettra donc à l'utilisateur de faire varier les inputs et de voir l'impact de ces changements sur les résultats.
- La partie Server : contient les fonctions nécessaires au calcul des résultats. Pour ce faire, le code prendra donc en entrée les différentes variables définies dans la partie UI et fait les traitements dans le server. Les résultats de ce traitement seront ensuite restitués dans la partie UI pour être affichés dans l'interface de l'application. Tout cela se fait de manière dynamique grâce aux fonctions réactives contenues dans le package shiny.

Une fois à l'aise avec la librairie **rshiny** il est possible d'améliorer l'attrait visuel de l'application et cela en utilisant la librairie **shinydashboard**. Ladite librairie permet de

garder toutes les entrées et sorties dans le UI et le Server respectivement avec juste quelques petites modifications dans l'interface utilisateur (UI). De plus, shinydashboard a plusieurs avantages. Entre autres, on peut avoir un menu à gauche représentant les différentes rubriques et sous rubriques de l'application, il est flexible et le contenu est intelligemment dimensionné afin de permettre un affichage adapté et esthétique. Aussi différents langages tels que CSS et HTML peuvent être utilisés dans le code.

1.2 Conception de l'application

Au tout début de notre Bureau d'étude, nous avons tout d'abord préféré implémenter les différents calculs et les différentes fonctions qui allaient nous être nécessaires par la suite dans l'application, avant de se familiariser avec R-Shiny.

Une fois toutes les fonctions implémentées efficacement, nous avons dû nous familiariser avec l'outil R-Shiny. Pour ce faire, nous avons utilisé la documentation du site officiel <http://shiny.rstudio.com> ainsi que ses nombreux tutoriels vidéos qui nous ont permis une prise en main facile des fonctionnalités de base de l'environnement Shiny. Nous avons ainsi réalisé une première application entièrement basée sur la librairie R **rshiny**. Cependant alors que la conception de l'application semblait toucher à sa fin, nous avons découvert la librairie **shinydashboard** permettant de créer des applications plus ergonomiques et plus agréables visuellement. Nous avons donc à partir de ce moment repensé la conception de l'application.

Chapitre 2

Calculs et prise en main de notre application

2.1 Prolongement de tables de maintien en invalidité

2.1.1 Introduction : Objectif de l'outil

L'âge légal de départ à la retraite est actuellement de 62 ans. Suite à un accident de travail ou une maladie professionnelle, une personne est déclarée comme invalide à partir du moment où elle "présente une invalidité réduisant de deux tiers ou plus sa capacité de travail ou de gain, c'est à dire le mettant hors d'état de se procurer, dans une profession quelconque, un salaire supérieur à une fraction de la rémunération normale perçue dans la même région par des travailleurs de la même catégorie, dans la profession qu'il exerçait avant la date de l'interruption de travail ". La sécurité sociale verse alors une rente mensuelle à l'assurée afin de maintenir son niveau de vie. Cette rente dépend de son salaire annuel tranche A correspondant à la moyenne des 10 meilleurs salaires revalorisés. La sécurité sociale verse alors cette rente jusque 62 ans. Passé cet âge, c'est le régime des retraites qui versera une rente à l'assuré. Les assurances ne s'intéressent donc aux probabilités de maintien en invalidité que jusque l'âge de 62 ans. La table de BCAC 2010 n'a donc été construite que jusque cet âge, tandis que la version de 2013 considère un âge de départ à la retraite de 65 ans.

L'objectif est donc ici de prolonger ces tables de maintien en invalidité jusqu'à l'âge souhaité. Pour chaque âge d'entrée en invalidité, il faut donc calculer les effectifs de personnes toujours invalides pour des anciennetés supérieures à celles déjà fournies.

Pour effectuer ce prolongement, nous ferons l'hypothèse que seul le décès peut être à l'origine de la sortie de l'état d'invalidité. Cela nous permettra de nous baser seulement sur des tables de mortalité pour déterminer les valeurs recherchées.

2.1.2 Comment sont structurées ces tables ?

Pour chaque âge d'entrée en invalidité, on considère 10 000 individus au temps 0. On regarde alors l'évolution du nombre d'invalides avec le temps. Les colonnes correspondent à l'ancienneté et on considère une ligne par âge d'entrée en invalidité.

Age/Années	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
21	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
22	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
23	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
24	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
25	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
26	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
27	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
28	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
29	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
30	10 000	9 859	9 699	9 534	9 331	9 163	8 994	8 874	8 761	8 696
31	10 000	9 868	9 731	9 538	9 364	9 174	9 013	8 913	8 815	8 756
32	10 000	9 843	9 698	9 537	9 306	9 120	8 985	8 846	8 771	8 685

FIGURE 2.1 – Structure de la table de maintien en invalidité du BCAC

Notons que l'ancienneté varie de 0 à anc_{max} , où anc_{max} est une constante telle que $anc_{max} = age_{retraite} - age_{entree}$

Cet outil vous permet de prolonger une table de maintien en invalidité jusqu'à un âge rentré en paramètre.

2.1.3 Paramètres à fixer

The screenshot shows a web interface for configuring parameters for extending disability maintenance tables. It is divided into three main sections:

- Age de départ à la retraite :** A horizontal slider with a range from 62 to 70. The current value is set to 65.
- Table d'invalidité :** Two radio buttons are present: BCAC2010 and BCAC2013. Below them is a text input field labeled "Entrez votre table d'invalidité (.csv) :" with a "Browse..." button and the text "No file selected". A checkbox labeled "Header" is checked.
- Table de mortalité :** Four radio buttons are present: TD88-90, TV88-90, TH0002, and TF0002. Below them is a text input field labeled "Entrez votre table de mortalité (.csv) :" with a "Browse..." button and the text "No file selected". A checkbox labeled "Header" is checked.

At the bottom of the interface, there is a section for "Coefficient de majoration appliqué à la table de mortalité" with a slider ranging from 0 to 100, currently set to 0.

FIGURE 2.2 – Paramètres à fixer pour le prolongement de la table de maintien en invalidité

- Choisissez un âge de départ à la retraite. Il s'agit de l'âge jusque lequel les effectifs de population seront calculés.
- Choisissez une table d'invalidité à prolonger parmi les tables BCAC2010 et BCAC2013 ou entrez votre propre table grâce au bouton "Browse"
- Choisissez une table de mortalité parmi celles proposées (TD88-90, TV88-90, TH0002 ou bien TF0002), ou entrez votre propre table qui servira pour calculer le prolongement de la table précédente. Cette dernière doit avoir le même format que la table de mortalité de la figure 2.3 suivante :

0	100000
1	99129
2	99057
3	99010
4	98977
5	98948
6	98921
7	98897
8	98876
9	98855
10	98835
11	98814
12	98793
13	98771
14	98745
15	98712
16	98667
17	98606
18	98520
19	98406
20	98277
21	98137
22	97987
23	97830
24	97677
25	97524
26	97373

FIGURE 2.3 – Extrait de la table de mortalité TD88-90

La première colonne contient les âges et la seconde les effectifs.

- Enfin, le slider vous permet d'appliquer un coefficient de majoration aux probabilités de décès de la table de mortalité sélectionnée

Par défaut, la table d'invalidité considérée est celle du BCAC 2010 et la table de mortalité est la table TD88-90 correspondant à la table de mortalité de la population masculine française sur la période 1988 - 1990. Cette dernière table est celle ayant été sélectionnée par l'Institut des Actuaire pour le prolongement de la table de maintien en invalidité.

Une fois le prolongement terminé, vous avez la possibilité de télécharger la nouvelle table de maintien en invalidité au format (.csv).

âge	62 ans	63 ans	64 ans	65 ans
Nombre de survivants	79 243	77 807	76 295	74 720
Probabilités de survie	1	0,9819	0,9628	0,9429

FIGURE 2.4 – Valeurs de la fonction $S_{62}(t)$

2.1.4 Résultats

Comment est effectué le prolongement de la table de maintien en invalidité ?

La durée de vie restante d'un individu d'âge x peut être modélisée par une variable aléatoire positive que l'on note T_x . On définit alors la fonction de survie comme la probabilité qu'un individu d'âge x survive au minimum jusqu'à un instant $t + x$. On note cette fonction $S_x(t)$. On a alors :

$$S_x(t) = \mathbb{P}(T_x \geq t) \quad (2.1)$$

$S_x(t)$ est donc la probabilité qu'un individu d'âge x survive au moins jusque l'âge $x + t$.

Ici nous travaillons avec des temps t entiers représentant des années. Pour calculer les valeurs de la fonction de survie, une table de mortalité suffit. En effet, considérons un individu d'âge x . Sa probabilité d'être encore en vie à l'âge $t + x \geq x$ peut être approximée en utilisant les effectifs donnés par la table d'invalidité. Notons N_t le nombre de survivants à l'âge t . La probabilité de survivre jusque l'âge t sachant qu'on a l'âge x est alors :

$$\mathbb{P}(T_x \geq t) \simeq \frac{N_{t+x}}{N_x} \quad (2.2)$$

représentant la proportion d'individus ayant survécu entre l'âge x et l'âge $t + x$.

La seconde étape du calcul du prolongement consiste à utiliser ces probabilités conjointement avec la dernière valeur présente de chaque ligne de la table d'invalidité. Afin de connaître le nombre d'invalides à l'âge $t \geq 62$, il suffit de multiplier l'effectif de survivants à 62 ans par la probabilité de survivre entre 62 ans et t . En effet, le nombre d'individus survivant à l'âge $62 + t$ noté N_{62+t} sachant N_{62} est supposé suivre une loi binomiale de paramètre $(N_{62+t}, S_{62}(t))$.

Pour rappel, l'espérance d'une variable aléatoire X de loi binomiale de paramètre (n, p) est donnée par :

$$\mathbb{E}[X] = n \times p \quad (2.3)$$

Si l'on note $L_{x,anc}^{inv}$ le nombre d'individus entrés en invalidité à l'âge x , et invalides depuis

âge	63 ans	64 ans	65 ans
Nombre d'invalides	$0,9819 \times L_{40,22}^{inv}$	$0,9628 \times L_{40,22}^{inv}$	$0,9429 \times L_{40,22}^{inv}$
Nombre d'invalides	6 384,2	6 260,1	6 130,9

FIGURE 2.5 – Exemple de prolongement de la table d'invalidité du BCAC pour un âge d'entrée en invalidité de 40 ans

anc années, avec un âge actuel : $age_{actuel} = anc + x \geq 62ans$, alors :

$$L_{x,anc_{max}+t}^{inv} = \mathbb{P}(T_{62} \geq t) \times L_{x,anc_{max}}^{inv} \quad (2.4)$$

où anc_{max} représente l'ancienneté maximale de la table d'invalidité originale qui dépend de l'âge d'entrée x .

$$anc_{max} = age_{retraite} - x \quad (2.5)$$

2.2 Mensualisation de la table de maintien en invalidité

2.2.1 Introduction : Objectif de l'outil

Cette étape consiste à mensualiser la table de maintien en invalidité du BCAC. Cela revient à calculer pour chaque âge d'entrée x en invalidité et pour chaque ancienneté mensuelle anc_m le nombre d'invalides l_{x,anc_m}^{inv} . Ce calcul est basé sur les méthodes d'interpolation linéaire. L'objectif est donc de passer d'une table de maintien en invalidité de la forme 2.6 à une table de la forme 2.7.

Cette mensualisation se base sur la table prolongée à l'étape précédente. Aucun paramètre supplémentaire n'est donc requis pour cette étape du calcul.

	ancienneté	anc_{inf}	anc_{sup}
âge d'entrée			
x		$L_{x,anc_{inf}}^{inv}$	$L_{x,anc_{sup}}^{inv}$

FIGURE 2.6 – Extrait de table de maintien en invalidité avec anciennetés annuelles

Notons l_{x,anc_m}^{inv} le nombre d'invalides dans la table mensualisée pour un âge d'entrée x et une ancienneté mensuelle anc_m

ancienneté âge d'entrée	$anc_{inf} + 0$ mois	$anc_{inf} + 1$ mois	...	$anc_{inf} + 11$ mois	$anc_{sup} + 0$ mois
x	$l_{x,12 \times anc_{inf}}^{inv} = L_{x,anc_{inf}}^{inv}$	$l_{x,12 \times anc_{inf} + 1}^{inv}$...	$l_{x,12 \times anc_{inf} + 11}^{inv}$	$l_{x,12 \times anc_{sup}}^{inv} = L_{x,anc_{sup}}^{inv}$

FIGURE 2.7 – Extrait de table de maintien en invalidité avec anciennetés mensuelles

2.2.2 Explication de la méthode d'interpolation

Le calcul du nombre d'invalides pour une ancienneté mensuelle sera une proportion du nombre d'invalides avec l'ancienneté annuelle inférieure et du nombre d'invalides d'ancienneté annuelle supérieure. Notons i le nombre de mois d'ancienneté supplémentaire par rapport à l'ancienneté annuelle inférieure. Par exemple, si l'on souhaite calculer le nombre d'invalides pour un âge x et d'ancienneté 6 ans et 3 mois, i sera égal à 3.

On a alors la formule d'interpolation suivante :

$$l_{x,12 \times anc_{inf} + i}^{inv} = L_{x,anc_{inf}}^{inv} + \frac{i}{12} \times (L_{x,anc_{sup}}^{inv} - L_{x,anc_{inf}}^{inv}) \quad (2.6)$$

L'onglet "Mensualisation" de l'application R-Shiny permet de prolonger puis mensualiser une table de maintien en invalidité, pour tous les âges d'entrée.

2.3 Calcul de probabilité de maintien en invalidité

2.3.1 Introduction : Objectif de l'outil

L'objectif de cet outil est de calculer la probabilité qu'un individu en invalidité depuis la durée $anc_{actuelle}$ soit quand il avait l'âge x , soit encore en état d'invalidité à l'ancienneté $anc_{objectif}$. Pour rappel, l'âge actuel de l'individu est donc $x + anc_{actuelle}$. On souhaite calculer la probabilité pour qu'il soit encore en état d'invalidité à l'âge $x + anc_{objectif}$.

2.3.2 Paramètres à fixer

Voici les paramètres à fixer dans l'application :

The screenshot shows a web form with the following fields and options:

- Age d'entrée en invalidité :** Input field containing "47,53".
- Ancienneté exacte (en années) :** Input field containing "8,24".
- Maintien en invalidité (en années) :** Input field containing "1".
- Table d'invalidité :** Radio buttons for "BCAC2010" (selected) and "BCAC2013".
- Entrez votre table d'invalidité (.csv) :** "Browse..." button and "No file selected" text.
- Header :** Checked checkbox.
- Table de mortalité :** Radio buttons for "TD88-90" (selected), "TV88-90", "TH0002", and "TF0002".
- Entrez votre table de mortalité (.csv) :** "Browse..." button and "No file selected" text.
- Header :** Checked checkbox.

FIGURE 2.8 – Paramètres à fixer pour le calcul de la probabilité de maintien en invalidité

- Indiquez l'âge d'entrée en invalidité de l'assuré (en années). Les âges non entiers sont autorisés
- Indiquez son ancienneté exacte, c'est-à-dire le temps en années depuis lequel l'assuré est invalide
- Indiquez maintenant le nombre d'années supplémentaires en invalidité pour lequel vous souhaitez connaître la probabilité. Cette valeur vaut $anc_{objectif} - anc_{actuelle}$
- Sélectionnez une table d'invalidité parmi celles proposées ou chargez votre propre table au format (.csv). Cette table doit être construite de la même manière que dans la partie "Prolongement et mensualisation" de l'application. La table utilisée par défaut est la table du BCAC2010
- Sélectionnez une table de mortalité parmi celles proposées ou chargez votre propre table au format (.csv)

2.3.3 Exemple

2.3.4 Résultats

Comment est calculée cette probabilité de maintien en invalidité pour des anciennetés et des âges exacts ?

La première étape consiste à calculer le nombre exact d'invalides dans la table pour une ancienneté exacte et un âge d'entrée en invalidité exact.

Nous utilisons pour cela une méthode de double interpolation appliquée à la table de maintien en invalidité.

L'idée consiste à combiner 3 interpolations linéaires simples afin de déterminer la valeur $L_{x_{exact}, anc_{exact}}^{inv}$. Pour cela, nous calculerons par interpolation simple :

ancienneté âge d'entrée	anc_{inf}	anc_{exact}	anc_{sup}
x_{inf}	$L_{x_{inf},anc_{inf}}^{inv}$	$L_{x_{inf},anc_{exact}}^{inv}$	$L_{x_{inf},anc_{sup}}^{inv}$
x_{exact}	...	$L_{x_{exact},anc_{exact}}^{inv}$...
x_{sup}	$L_{x_{sup},anc_{inf}}^{inv}$	$L_{x_{sup},anc_{exact}}^{inv}$	$L_{x_{sup},anc_{sup}}^{inv}$

FIGURE 2.9 – Extrait de table de maintien en invalidité avec anciennetés annuelles

- $L_{x_{inf},anc_{exact}}^{inv}$
- $L_{x_{sup},anc_{exact}}^{inv}$
- puis enfin $L_{x_{exact},anc_{exact}}^{inv}$

Calcul de $L_{x_{inf},anc_{exact}}^{inv}$

$$L_{x_{inf},anc_{exact}}^{inv} = \alpha \times L_{x_{inf},anc_{inf}}^{inv} + (1 - \alpha) \times L_{x_{inf},anc_{sup}}^{inv} \quad (2.7)$$

$$\text{avec : } \alpha = \frac{anc_{sup} - anc_{exact}}{anc_{sup} - anc_{inf}}$$

Calcul de $L_{x_{sup},anc_{exact}}^{inv}$

$$L_{x_{sup},anc_{exact}}^{inv} = \alpha \times L_{x_{sup},anc_{inf}}^{inv} + (1 - \alpha) \times L_{x_{sup},anc_{sup}}^{inv} \quad (2.8)$$

$$\text{avec : } \alpha = \frac{anc_{sup} - anc_{exact}}{anc_{sup} - anc_{inf}}$$

Calcul de $L_{x_{exact},anc_{exact}}^{inv}$

$$L_{x_{exact},anc_{exact}}^{inv} = \beta \times L_{x_{inf},anc_{exact}}^{inv} + (1 - \beta) \times L_{x_{sup},anc_{exact}}^{inv} \quad (2.9)$$

$$\text{avec : } \beta = \frac{x_{sup} - x_{exact}}{x_{sup} - x_{inf}}$$

d'où

$$\begin{aligned}
 L_{x_{exact}, anc_{exact}}^{inv} &= \beta \times \left(\alpha \times L_{x_{inf}, anc_{inf}}^{inv} + (1 - \alpha) \times L_{x_{inf}, anc_{sup}}^{inv} \right) \\
 &\quad + \\
 &\quad (1 - \beta) \times \left(\alpha \times L_{x_{sup}, anc_{inf}}^{inv} + (1 - \alpha) \times L_{x_{sup}, anc_{sup}}^{inv} \right) \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

Calcul de la probabilité de maintien en invalidité

Cette dernière étape consiste alors à approximer la probabilité que l'assuré invalide depuis l'âge x_{exact} et d'ancienneté anc_{exact} , soit encore invalide dans k années. Cela revient à calculer sa probabilité d'atteindre l'ancienneté $anc_{objectif} = anc_{exact} + k$ en invalidité.

Pour cela on calcule grâce à la méthode de double interpolation expliquée précédemment :

- $L_{x_{exact}, anc_{exact}}^{inv}$
- $L_{x_{exact}, anc_{exact}+k}^{inv}$

Notons I_x la durée de maintien en invalidité d'un assuré invalide depuis l'âge x . On sait que $I_x \geq anc_{exact}$ et on cherche à calculer la probabilité de l'évènement $I_x \geq anc_{exact} + k$: $\mathbb{P}(I_x \geq anc_{exact} + k \mid I_x \geq anc_{exact})$.

$$\mathbb{P}(I_x \geq anc_{exact} + k \mid I_x \geq anc_{exact}) = \frac{L_{x_{exact}, anc_{exact}+k}^{inv}}{L_{x_{exact}, anc_{exact}}^{inv}} \quad (2.11)$$

2.4 Calcul des provisions mathématiques pour un assuré

2.4.1 Introduction : Objectif de l'outil

Afin de garantir à tout instant le règlement des prestations sur lesquelles il s'est engagé, l'assureur est tenu de constituer une réserve que l'on appelle la provision mathématique.

Il s'agit, d'après l'article 331-3 du code des assurances, de la "différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés".

Afin de calculer leurs Provisions Mathématiques (PM), les organismes assureurs ont le choix d'utiliser les tables réglementaires du Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC) ou "d'utiliser une loi de maintien établie par ses soins et certifiée par un actuair

indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaire reconnues par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution" (article 331-22 du code des assurances).

Dans le cadre de cette application, nous laissons à l'utilisateur le choix entre 2 tables de maintien en invalidité du BCAC. La première table du BCAC a été construite en 1993. Elle a depuis été modifiée par l'arrêté du 24 décembre 2010 fixant les règles de provisionnement des garanties Incapacité de travail, Invalidité et Décès, et récemment reconstruite en 2013. Nous laissons le choix à l'utilisateur d'utiliser la table de 2010, la table de 2013, ou les deux afin de comparer les provisions mathématiques pour ces deux tables.

L'objectif de cet outil est de calculer la provision mathématique pour un assuré entré en invalidité l'âge x . Son ancienneté en invalidité ainsi que sa rente annuelle sont connues. L'âge de départ à la retraite est laissé au choix. Selon sa valeur, il sera nécessaire ou non de prolonger la table de maintien en invalidité choisie en utilisant une table de mortalité à partir de la méthode utilisée dans l'onglet "Prolongement et mensualisation de la table d'invalidité".

La table standard utilisée pour ce prolongement est la table TD88-90 du fait de son caractère prévoyant dans le cadre de garanties invalidité. La réglementation en fait en effet la table réglementaire (article 143-2 du règlement ANC Assurance de 2015) :

"Le calcul des provisions techniques de prestations d'incapacité de travail et d'invalidité est effectué à partir des éléments suivants :

1. une loi de survie en invalidité définie par la table de mortalité adéquate TD88-90 de l'article 600-5 du présent règlement réactualisant les tables de mortalité. Toutefois, il est possible pour une entreprise d'assurance d'utiliser une loi de survie en invalidité établie par l'entreprise d'assurance et certifiée par un actuaire indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaire reconnues par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution ".

Par ailleurs, la table TH00-02 majorée de 50% serait, après étude du Bureau Commun d'Assurances Collectives la table de mortalité la plus adaptée à la surmortalité des invalides entre 60 et 62 ans d'après l'avis technique n°2011-01 – Version 1 – Janvier 2011 de l'institut des actuaire. Cependant, "une comparaison entre la TD88-90 et 150% de la TH00-02 a montré que la TD88-90 restait bien adaptée au provisionnement" du fait de son caractère plus prudent.

Par conséquent, l'institut des actuaire a décidé de prolonger les tables de maintien en invalidité en utilisant la table TD88-90.

Cependant, l'utilisateur aura le choix d'utiliser une table différente, mais également de

lui appliquer un coefficient de majoration s'il le souhaite. Les tables de mortalités proposées sont :

- TD88-90
- TV88-90
- TH00-02
- TF00-02

2.4.2 Paramètres à fixer

Voici les paramètres à fixer dans l'application :

The screenshot displays a configuration interface with the following elements:

- Table(s) d'invalidité:** BCAC2010, BCAC2013
- Table(s) de mortalité:** TD88-90, TV88-90, TH0002, TF0002
- Age d'entrée en invalidité:** 47,53
- Ancienneté annuelle exacte:** 8,24
- Rente annuelle d'invalidité:** 17863
- Age de départ à la retraite:** 65
- Taux d'actualisation:** Slider from -0.5 to 1, set at 0.52
- Coefficient de majoration TV88-90:** Slider from 0 to 100, set at 0
- Coefficient de majoration TH0002:** Slider from 0 to 100, set at 0

FIGURE 2.10 – Paramètres à fixer pour le calcul des provisions mathématiques

- Commencez par sélectionner une ou plusieurs tables de maintien en invalidité
- Sélectionnez une ou plusieurs tables de mortalité qui serviront à prolonger la table de maintien en invalidité si besoin (cf onglet "Prolongement et mensualisation de

la table d'invalidité"). Vous pouvez si vous le souhaitez, y ajouter un coefficient de majoration. Cela a pour conséquence d'augmenter la probabilité q_x de décès à chaque âge

- Indiquez l'âge d'entrée en invalidité de l'assuré (en années). Les âges non entiers sont autorisés
- Indiquez son ancienneté exacte, c'est à dire le temps en années depuis lequel l'assuré est invalide
- Entrez la rente annuelle de l'assuré
- Choisissez l'âge légal de départ à la retraite à partir duquel l'assureur ne versera plus de prestations à l'assuré
- Fixez le taux d'actualisation

2.4.3 Résultats : Comment est calculée cette provision mathématique ?

Supposons la table de maintien en invalidité prolongée jusque l'âge de départ à la retraite choisi.

La provision mathématique représente la somme des flux de prestations probabilisés et actualisés obtenus à partir des nombres d'invalides L_{x,anc_i} de la table de maintien en invalidité :

$$PM = \sum_{t=1}^{n_{max}} \frac{L_{x,anc_{exacte} + \frac{t}{12}}}{L_{x,anc_{exacte}}} \times \frac{Rente_a}{12} \times \frac{1}{(1+r)^{t/12}} \quad (2.12)$$

où :

- anc_{exacte} est l'ancienneté actuelle annuelle de l'assuré
- $anc_{exacte} + \frac{t}{12}$ représente donc l'ancienneté de l'assuré dans t mois
- x est l'âge exact d'entrée en invalidité de l'assuré
- $L_{x,anc}$ correspond au nombre d'invalides de la table de maintien en invalidité pour un âge d'entrée x et une ancienneté anc annuelle
- $Rente_a$ est la rente annuelle
- r correspond au taux d'actualisation annuel

- n_{max} est le nombre maximal de mois restant à l'invalidé avant l'âge de départ à la retraite

$$n_{max} = 12 \times (anc_{max}(x) - anc_{exacte}) \quad (2.13)$$

$anc_{max}(x)$ est l'ancienneté maximale en invalidité que peut avoir un assuré invalide depuis l'âge x . Il s'agit ici d'une ancienneté annuelle. On a donc :

$$anc_{max}(x) = age_{retraite} - x \quad (2.14)$$

Le terme $\frac{L_{x,anc_{exacte}+\frac{t}{12}}}{L_{x,anc_{exacte}}}$ correspond à la probabilité qu'un individu entré en invalidité à l'âge x et d'ancienneté actuelle anc_{exacte} soit encore en invalidité dans t mois.

Pour rappel, il est nécessaire de prolonger les tables de maintien en invalidité si le choix de l'âge de départ à la retraite est supérieur à 62 ans. Pour cela, nous utilisons la méthode de prolongement expliquée dans l'onglet "Prolongement et mensualisation de la table d'invalidité". L'utilisateur peut alors décider d'appliquer un coefficient de majoration aux probabilités de décès utilisées pour le prolongement grâce au paramètre "Coefficient de majoration (nom de la table)". Si le coefficient de majoration est de $a\%$, cela signifie que les probabilités de décès de la table sont multipliées par $(1 + \frac{a}{100})$.

$$\tilde{q}_x = (1 + \frac{a}{100}) \times q_x$$

Notez que les probabilités de décès de la table de maintien en invalidité initiale ne sont pas changées. Seule la table de mortalité utilisée pour le prolongement est impactée par ce coefficient de majoration.

2.5 Calcul des provisions mathématiques pour un portefeuille d'assurés

2.5.1 Objectif de l'outil

L'assureur souhaite en général connaître le total de ses engagements envers les assurés. Il doit pour cela sommer l'ensemble des provisions mathématiques calculées pour chacun d'entre eux.

2.5.2 Paramètres à fixer

Voici les paramètres à fixer dans l'application :

The screenshot shows a web form with the following sections:

- Entrez votre table d'assurés (.csv) :** A file upload area with a "Browse..." button and "No file selected" text. Below it is a "Télécharger un modèle" button.
- Table d'invalidité**: Radio buttons for "BCAC2010" (selected) and "BCAC2013".
- Entrez votre table d'invalidité (.csv) :** A file upload area with a "Browse..." button and "No file selected" text.
- Table de mortalité**: Radio buttons for "TD88-90" (selected), "TV88-90", "TH0002", and "TF0002".
- Entrez votre table de mortalité (.csv) :** A file upload area with a "Browse..." button and "No file selected" text.
- Age de départ à la retraite**: A text input field containing "65".
- Taux d'actualisation :** A slider control with a value of "0.52" and a range from -0.5 to 0.941.

FIGURE 2.11 – Paramètres à fixer pour le calcul de la provision mathématique pour un portefeuille d'assurés

- Entrez une table d'assurés grâce au bouton "Browse". Ce fichier (.csv) devra contenir en colonne :
 - L'âge d'entrée en invalidité
 - L'ancienneté
 - L'indemnisation annuelle

Vous pouvez télécharger un modèle de table d'assurés

- Choisissez l'âge légal de départ à la retraite à partir duquel l'assureur ne versera plus de prestations aux assurés
- Fixez le taux d'actualisation
- Sélectionnez une table de maintien en invalidité ou entrez votre propre table
- Choisissez une table de mortalité parmi celles proposées (TD88-90, TV88-90, TH0002 ou bien TF0002), ou entrez votre propre table qui servira pour calculer le prolongement de la table précédente (cf onglet "Prolongement et mensualisation"). Vous pouvez si vous le souhaitez, y ajouter un coefficient de majoration tout comme dans le calcul de PM individuelle.

2.5.3 Résultat

Le résultat de cette opération donne la somme des provisions mathématiques individuelles calculées pour chaque individu de la table d'assurés passée en paramètre.

Chapitre 3

Étude statistique de l'impact de l'augmentation de l'âge de départ à la retraite sur les garanties invalidité

3.1 Effet du choix de la table de maintien en invalidité sur les provisions mathématiques

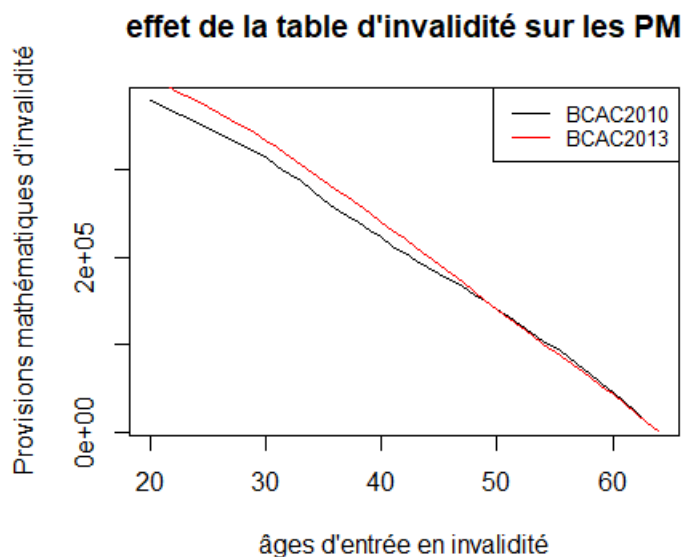


FIGURE 3.1 – Effet du choix de la table d'invalidité sur les provisions mathématiques

Le graphique suivant présente une comparaison de l'évolution des provisions mathéma-

tiques d'invalidité en fonction de l'âge d'entrée en invalidité entre les deux tables d'invalidité la BCAC 2010 et la BCAC 2013 pour une ancienneté en invalidité fixée à 1 an. On constate que la BCAC 2013 est plus prudente à chaque âge d'entrée entre 20 et 50 ans, avec un écart relatif maximum de 9% conduisant ainsi à une marge de prudence assez importante. Toutefois sur l'intervalle des âges d'entrée allant de 50 ans jusqu'à 64 ans c'est la BCAC 2010 qui est la plus prudente mais seulement avec un léger écart entre les deux courbes. L'application sur notre portefeuille d'assurés nous confirme cela. En effet, pour un départ à la retraite à 65 ans les provisions mathématiques augmentent de 2,71% en utilisant la BCAC 2013.

3.2 Effet de l'augmentation de l'âge de départ à la retraite

Concernant la provision mathématique de notre portefeuille d'assurés, elle est égale à 12897605 euros pour un âge de départ à la retraite égale à 62 ans et elle passe à 18.583.177 euros pour un âge de départ à 65. Nous constatons donc une augmentation de celle-ci en fonction de l'âge de départ à la retraite. Pour mieux comprendre ce phénomène, le rapport relatif entre la provision mathématique pour un âge de départ à la retraite compris entre [63,65] et la provision mathématique pour l'âge initial de départ à la retraite qui est de 62 a été évalué. Ce calcul a été fait en faisant varier l'âge d'entrée en invalidité et en fixant tous les autres paramètres.

À travers les résultats obtenus, force est de constater que l'augmentation des provisions mathématiques est beaucoup plus importante chez les invalides les plus âgés.

De manière générale, cette augmentation brutale s'explique par le fait que le ratio $\frac{N-62}{\text{duree restante en invalidite}}$

(avec N un âge de départ à la retraite > 62) est beaucoup plus élevé chez les invalides les plus âgés. En effet, chez les assurés qui entrent tard en invalidité la durée de maintien dans cet état est moins élevée que chez les assurés qui entrent tôt en invalidité. De ce fait, une augmentation de quelques années de la durée de maintien en invalidité aura une influence moindre sur les provisions mathématiques pour un invalide jeune que pour un assuré entré en invalidité à un âge plus élevé.

Cela peut s'illustrer par le graphe suivant où les provisions mathématiques ont été calculé avec la table du BCAC 2013 et l'ancienneté est fixer à 0.

Pour les âges compris entre 20 et 50, le ratio des provisions mathématiques en fonction de l'âge de départ à la retraite ($\frac{PM(N)}{PM(62)}$) est légèrement supérieur à 1. Au delà de 50 ans, ce ratio augmente brutalement et va jusqu'au environ 3.5 pour un âge de départ à la retraite égale à 65. Cela confirme l'analyse faite précédemment.

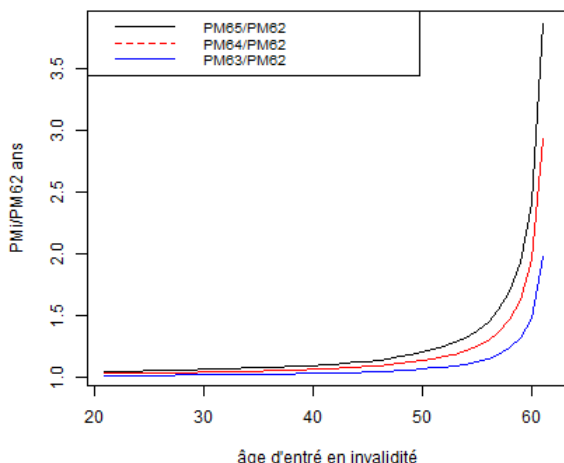


FIGURE 3.2 – Impact de l’âge de départ à la retraite sur les provisions mathématiques d’un assuré

3.3 Étude de la méthode de prolongement des tables de maintien en invalidité et de sa pertinence

La méthode de prolongement des tables de maintien en invalidité a été expliquée plus tôt dans la partie 2.1. Afin de déterminer les valeurs manquantes, la méthode utilise les probabilités de survie issues d’une table de mortalité choisie.

Pour des âges d’entrée en invalidité déjà présents dans la table (i.e pour des âges inférieurs à l’âge initial de départ à la retraite), la dernière valeur connue pour un âge d’entrée x correspond au nombre de personnes encore invalides à l’âge initial de départ à la retraite $retraite_{init}$. Afin de déterminer les valeurs manquantes, ce nombre est multiplié par les probabilités de survie entre l’âge maximal de la table initial $retraite_{init}$ et k pour k variant de $retraite_{init} + 1$ à $retraite_{obj}$ représentant l’âge de départ à la retraite de la nouvelle table.

Pour des âges de début d’invalidité supérieurs à l’âge de départ à la retraite initial, on suppose que l’on commence avec 10000 invalides. Pour une ligne de la table donnée, les valeurs suivantes sont alors calculées en se basant uniquement sur les probabilités de survie issues de la table de mortalité choisie. On calcule alors les probabilités de survie ${}_tP_{age_{entree}}$ pour t variant de 1 à $retraite_{obj} - age_{entree}$ représentant l’ancienneté maximale pour un tel âge d’entrée.

C’est ici que se pose alors un problème. Regardons le résultat de ce prolongement pour

la table BCAC 2013 contenant les données de maintien en invalidité jusque l'âge de 65 ans en utilisant la table TD88-90. Pour cet exemple, le prolongement a été effectué jusque 69 ans.

55	10000	9645	9322	9028	8764	8493
56	10000	9631	9294	8992	8743	8449
57	10000	9614	9260	8951	8679	8365
58	10000	9595	9221	8887	8597	8263
59	10000	9573	9186	8828	8519	8168
60	10000	9545	9130	8748	8423	8052
61	10000	9511	9067	8665	8321	8138
62	10000	9475	9006	8580	8391	8195
63	10000	9443	8944	8747	8543	8326
64	10000	9406	9199	8984	8756	8517
65	10000	9780	9551	9309	9054	
66	10000	9766	9519	9258		
67	10000	9747	9480			
68	10000	9726				

FIGURE 3.3 – Extrait de la table du BCAC 2013 prolongée jusque 69 ans

La colonne grise contient les âges de début d'invalidité. Les données en vert correspondent aux valeurs déjà présentes dans la table initiale, tandis que les valeurs orange sont les valeurs calculées par la méthode de prolongement.

On remarque alors un décrochage entre les valeurs initiales et les valeurs calculées impliquant une incohérence dans la nouvelle table prolongée. En effet, pour une ancienneté fixée (i.e une colonne fixée), l'âge des assurés augmente au fil des lignes puisque leur âge actuel est $age_{entree} + anc$. Il est sensé de penser que la mortalité augmente avec l'âge. Il serait donc naturel d'observer un taux de survie plus faible pour une colonne fixée, au fur et à mesure de l'augmentation de l'âge d'entrée. Ce n'est cependant ici pas le cas. Cette incohérence provient de la méthode de prolongement utilisée.

En effet, il est raisonnable de penser que la mortalité des invalides, ayant un moins bon état de santé que les valides, est plus élevée. On peut observer ce phénomène sur le graphique 3.4. L'effectif de la population d'invalides diminue plus rapidement que l'effectif de la table de mortalité. Or la table de mortalité utilisée considère une population non invalide. Les probabilités de décès étant plus faibles que celles que l'on trouverait pour une population composée uniquement d'invalides, les effectifs de la table de maintien en invalidité s'en retrouvent surestimés. On peut alors se questionner sur la pertinence de cette méthode de prolongement.

Une idée pourrait être d'utiliser une table de mortalité affectée d'un coefficient de

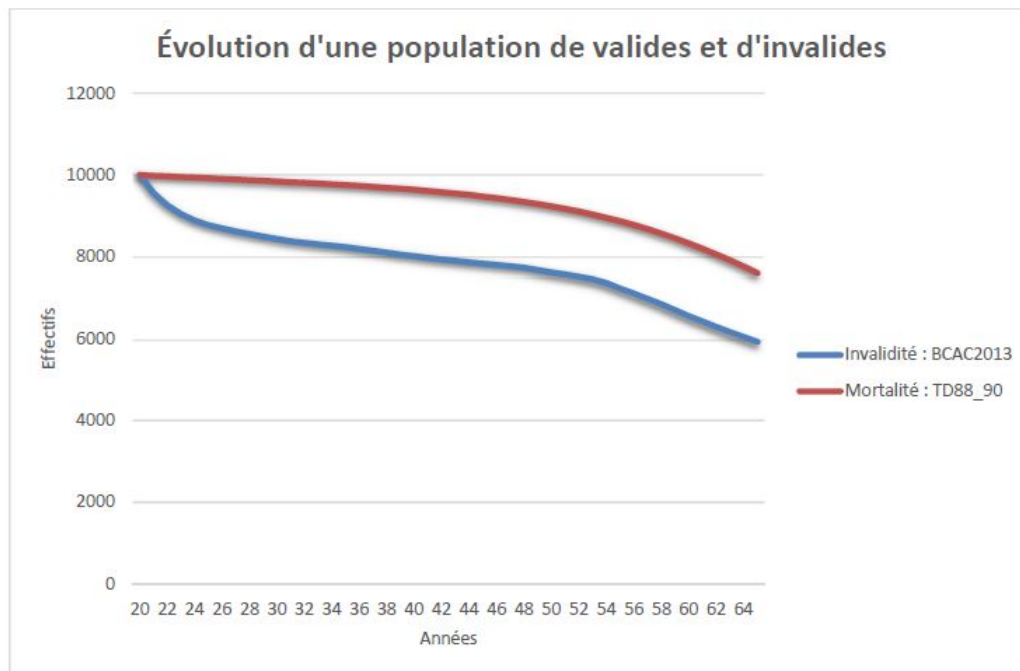


FIGURE 3.4 – Évolution d'une population de valides et d'invalides

majoration pour le calcul de ces dernières lignes, afin de prendre en compte la surmortalité des invalides. Mais comment déterminer ce coefficient ?

Une méthode pourrait être d'estimer le rapport des probabilités de décès entre la table de maintien en invalidité pour un âge d'entrée défini et la table de mortalité choisie.

Conclusion

En s'appuyant sur le mémoire de fin d'étude de Korotoumou Traoré, ancienne étudiante de l'EURIA, nous avons créé une application R-Shiny qui permet d'estimer et de visualiser les effets d'un changement de l'âge de départ à la retraite sur les garanties invalidité d'un portefeuille de prévoyance collective.

A travers les différents onglets de cette application, l'utilisateur peut dans un premier temps prolonger une table d'invalidité jusqu'à un âge de départ à la retraite souhaité. Ensuite, tout en fixant ses propres paramètres, la table d'invalidité pourra être mensualisée grâce à des méthodes d'interpolation linéaire. Cela permettra ainsi d'avoir une table avec des invalides ayant un âge mensuel et une ancienneté mensuelle. En se basant sur ces tables d'invalidité prolongées et mensualisées, les assureurs peuvent alors évaluer leurs provisions mathématiques pour un âge de départ à la retraite donné. Pour ce projet, dans la section calcul des provisions mathématiques du portefeuille, nous avons utilisé par défaut la table d'invalidité du BCAC 2010 un taux d'actualisation égale à 0.52% et une rente annuelle de 17863 euros. Pour un âge de départ à la retraite de 62 ans, la provision est estimée à 12897605 euros tandis que pour un âge de départ à la retraite de 65 ans elle est de 18583177 euros. On note donc une augmentation de 44,08%. En d'autres termes, l'assureur devra augmenter ses provisions de 44,08% pour faire face à ses engagements vis à vis de ses assurés.

Pour conclure, ce bureau d'études fût une expérience très enrichissante. D'une part il nous a permis de travailler sur une problématique réelle du domaine actuariel à laquelle les assureurs feront face. D'autre part ce projet nous a aidé à développer un esprit de travail en équipe et de nous préparer à notre futur métier d'actuaire.

Bibliographie

[Shi] *Shiny from RStudio*. <https://shiny.rstudio.com/>.

[Traoré 2017] K. Traoré. *Effet d'un changement réglementaire de l'âge de la retraite sur les garanties invalidité d'un portefeuille de prévoyance collective*. Mémoire d'actuariat, EURIA, 2017.

Annexe A

Codes R

```

1 #####Chemin#####
2 library(shiny)
3 library(shinydashboard)
4 library(shiny)
5 setwd("C://Users//Spaen//Desktop//M1 2017-2018//BE")
6 #####
7 modele <- read.csv(file = "modele_assures.csv", sep = ";", dec = ".", colClasses = "numeric", header = T
8 )
9
10 ##### Fonction pour les tables d'invalidite et de mortalite
11 lireBcacD=function(inFile ,h,inp)
12 {
13   if ((is.null(inFile)) && (inp=="BCAC2010"))
14   {
15     C=read.csv(file = "bcac2010.csv", sep = ";", dec = ".", colClasses = "numeric")}
16   else if ((is.null(inFile)) && (inp=="BCAC2013"))
17   {
18     C=read.csv(file = "BCAC2013.csv", sep = ";", dec = ".", colClasses = "numeric")}
19   else
20   {C=read.csv(inFile$datapath,sep = ";", dec = ".",header=h, colClasses = "numeric")}
21 }
22 }
23
24 lireMortaliteD=function(inFile ,h,inp)
25 {if ((is.null(inFile)) && (inp=="TD88-90"))
26 { C=read.csv(file="td88_90.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
27 else if ((is.null(inFile)) && (inp=="TV88-90"))
28 { C=read.csv(file="tv88_90.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
29 else if ((is.null(inFile)) && (inp=="TH0002"))
30 { C=read.csv(file="TH0002.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
31 else if ((is.null(inFile)) && (inp=="TF0002"))
32 { C=read.csv(file="TF0002.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
33 else
34 {C=read.csv(inFile$datapath,header=h, sep=";", dec = ".")}
35 }
36 }
37
38 lireAssure=function(inFile , h)
39 {if (is.null(inFile))
40 { C=read.csv2(file="Assures.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".", colClasses = "numeric")}
41 else
42 {C=read.csv2(inFile$datapath,header=h, sep=";", dec = ".")}
43 }
44 }
45
46
47
48 lireBcac=function(inp)
49 {
50
51   if (inp=="BCAC2010")
52   {
53     C=read.csv(file = "bcac2010.csv", sep = ";", dec = ".", colClasses = "numeric")}
54   else if (inp=="BCAC2013")
55   {
56     C=read.csv(file = "bcac2013.csv", sep = ";", dec = ".", colClasses = "numeric")}
57   # else{
58   # C=read.csv(file = "bcac2010.csv", sep = ";", dec = ".", colClasses = "numeric")}
59   return(C)
60 }
61 }
62 lireMortalite=function(inp)
63 {
64   if(is.character(inp))
65   {
66     if (inp=="TD88-90")
67     { C=read.csv(file="td88_90.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
68     else if (inp=="TV88-90")
69     { C=read.csv(file="tv88_90.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
70     else if (inp=="TH0002")
71     { C=read.csv(file="TH0002.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
72     else if (inp=="TF0002")
73     { C=read.csv(file="TF0002.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".)}}
74   else{
75     C=read.csv(file="TH0002.csv",header=TRUE,sep=";", dec = ".")}
76   return(C)
77 }
78 }
79 #####
80 # Prolongement
81 #####
82 #mortalite et invalidite sont respectivement les tables de mortalite et d'invalidite rentrees par l'

```

```

      utilisateur , n est le nombre d'annee prolongee l'age de depart a la retraite
83 prolonger <- function(mortalite , invalidite , n ,coeff){
84
85   #Age de depart a la retraite initial
86   age_r_init = invalidite[1,1] + ncol(invalidite) - 2 #Le "-2" permet de ne pas compter la colonne des
      ages et la colonne "anciennete = 0"
87
88   #Age mini d'entree en invalidite
89   age_min = invalidite[1,1]
90
91
92   if(n<=age_r_init){
93     bcac_prolonge = invalidite
94     colnames(bcac_prolonge) = c("Age entrée / Ancienneté", seq(0,age_r_init-age_min))
95     return(bcac_prolonge)
96   }
97
98   #On ne garde qu'une partie de la table de mortalite (celle qui nous interesse c'est a dire de 62 ans
      jusque l'age de depart a la retraite)
99   td_88_red <- mortalite[which(mortalite[,1]==age_r_init):which(mortalite[,1]==n) ,]
100
101   proba_survie <- cbind(td_88_red[,1],td_88_red[,2]/td_88_red[,2])
102
103   #####
104   proba_1=NULL
105   proba_1 <-lapply(1:(n-age_r_init), function(i) {
106     (td_88_red[i,2]-td_88_red[i+1,2])/td_88_red[i,2]*((1+coeff/100))
107   })
108   proba_survie1=NULL
109   for(i in 2:(n-age_r_init+1)){
110     proba_survie1[1]=1
111     proba_survie1[i]=proba_survie1[[i-1]]*(1-proba_1[[i-1]])
112   }
113   p=as.matrix(proba_survie1)
114
115   proba_survie <- p[,1]
116   #####
117
118   #Prolongement pour des ages d'entree en invalidite inferieure a 62 ans
119   bcac_prolonge <- cbind(invalidite , matrix(rep(NA,nrow(invalidite)*(n-age_r_init)), nrow = nrow(
      invalidite)))
120   matrice_NA_new_rows = matrix(rep(NA,ncol(bcac_prolonge)*10), ncol = ncol(bcac_prolonge))
121   colnames(matrice_NA_new_rows) = colnames(bcac_prolonge)
122   bcac_prolonge <- rbind(bcac_prolonge , matrice_NA_new_rows)
123
124   bcac_prolonge[(age_r_init+1-age_min):(n+1-age_min) ,1] = (age_r_init:n)
125
126   for(i in 1:which(bcac_prolonge[,1]==age_r_init)){
127
128     dernier = age_r_init+2-bcac_prolonge[i,1] #Le plus 2 permet de prendre en compte la colonne age et
      la colonne d'anciennete 0. Dernier correspond a la colonne de la derniere valeur de la BCAC
      initiale
129     bcac_prolonge[i ,dernier:(dernier+(n-age_r_init))] = round(proba_survie*bcac_prolonge[i ,dernier])
130   }
131
132   #Creation de nouvelles lignes dans le tableau pour prendre en compte les gens qui rentrent en
      invalidite entre 62ans et (n-1) ans. (Rappel : n est l'age de depart en retraite)
133   age_entree <- which(bcac_prolonge[,1]==age_r_init)
134   j = 0
135   for(i in age_entree:(age_entree + (n-age_r_init-1))){
136     age = bcac_prolonge[i ,1]
137     proba_survie = td_88_red[(j+1):nrow(td_88_red) ,2]/td_88_red[j+1,2]
138
139
140     #####
141     proba_2=NULL
142     proba_2 <-lapply(1:((n-age_r_init+1)), function(i) {
143       (td_88_red[i,2]-td_88_red[i+1,2])/td_88_red[i,2]*((1+coeff/100))
144     })
145     proba_survie2=NA
146     proba_survie2[1]=1
147     if((n-62+1-j-1)>=1){
148       for(k in 1:(n-age_r_init+1-j-1)){
149         proba_survie2[k+1]=proba_survie2[[k]]*(1-proba_2[[k+j]])
150       }
151     }
152   }
153   #####
154
155   bcac_prolonge[i ,1+(1:(n-age+1))] = round(proba_survie2[1:(n-age+1)]*10000)
156
157   j = j+1
158

```

```

159 }
160 colnames(bcac_prolonge) = c("Age entree Anciennete", as.character(seq(0,n-age_min)))
161 bcac_prolonge[,1] = as.integer(bcac_prolonge[,1])
162 return(bcac_prolonge)
163
164 }
165
166
167 mensualisation <- function(table_bcac){
168   tab_interpole <- NULL
169   for(i in 1:nrow(table_bcac)){
170     ligne = NULL
171     j = 2
172     while(j<ncol(table_bcac))
173     {
174       coeff = 1-(0:11)/12
175       valeurs = round(coeff*table_bcac[i,j] + (1-coeff)*table_bcac[i,j+1])
176       ligne = c(ligne, valeurs)
177       j=j+1
178     }
179     tab_interpole = rbind(tab_interpole, ligne)
180   }
181   rownames(tab_interpole) = 20:(19+nrow(tab_interpole))
182   return(tab_interpole)
183 }
184
185 #####
186 # Proba de maintien
187 #####
188 probamaintien=function(age_ent,anc_annee,tab_mensuelle,k){
189
190   return(inv_exact(age_ent, anc_annee+k, tab_mensuelle)/inv_exact(age_ent, anc_annee, tab_mensuelle))
191 }
192
193 #####
194 # Calcul des PM
195 #####
196 inv_exact <- function(age_ent, anc_annee, tab_mensuelle){
197   age_mini <- as.numeric(rownames(tab_mensuelle)[1])
198   anc_mens <- 12*anc_annee
199
200   ligne_inf <- floor(age_ent- age_mini)+1
201
202   col_inf <- floor(anc_mens +1 )
203
204   #Calcul des coefficients pour l'interpolation
205   coeff_anc <- 1-(anc_mens - floor(anc_mens))
206   coeff_age <- 1-(age_ent - floor(age_ent))
207
208   val_11 <- tab_mensuelle[ligne_inf, col_inf]
209   val_12 <- tab_mensuelle[ligne_inf, col_inf+1]
210   if(is.na(val_12)){
211     val_12 = 0
212   }
213   val_21 <- tab_mensuelle[ligne_inf+1, col_inf]
214   if(is.na(val_21)){
215     val_21 = 0
216   }
217   val_22 <- tab_mensuelle[ligne_inf+1, col_inf+1]
218   if(is.na(val_22)){
219     val_22 = 0
220   }
221   #Les "if" ont été rajoutés pour genrer les cas où l'age_ent où l'anc_mens sont deja entier. Dans ce
222   #cas il n'y a pas besoin d'interpoler. Dans le cas où l'ancienneté mensuelle est entiere et
223   #correspond à l'ancienneté max possible pour l' age d'entrée donné, alors val_22 est nulle
224
225   nb_inv_exact <- coeff_age* (coeff_anc*val_11 + (1-coeff_anc)*val_12) + (1-coeff_age)*(coeff_anc*val_21
226   + (1-coeff_anc)*val_22)
227   return(round(nb_inv_exact))
228 }
229
230 inv_age_exact <- function(age_ent, tab_mensuelle){
231   age_mini <- as.numeric(rownames(tab_mensuelle)[1])
232   ligne_inf <- floor(age_ent- age_mini)+1
233   coeff_age <- 1-(age_ent - floor(age_ent))
234   ligne_nb_invalide <- coeff_age*tab_mensuelle[ligne_inf,] + (1-coeff_age)*tab_mensuelle[ligne_inf+1,]
235 }
236
237 PM_mensuelle <- function(age_ent, anc_annee, tab_mensuelle, rente_A,taux, age_depart){
238   n=age_depart
239   #Ligne du nombre d'invalides pour un age d'entree exacte et une anciennete mensuelle

```

```

239 ligne_age_exact <- inv_age_exact(age_ent, tab_mensuelle)
240 anc_mens = 12*anc_annee
241
242 #Colonne correspondant a l'anciennete mensuelle actuelle de l'assure
243 col_inf <- floor(anc_mens +1) #Car la premiere colonne correspond a l'anciennete 0. Il y a donc un
    decalage de 1
244
245 #Interpolation pour connaitre le nombre exacte d'invalides pour son age d'entree et son anciennete
    exacte
246 coeff_anc <- 1-(anc_mens - floor(anc_mens))
247 nb_inv_anc_exacte <- round(coeff_anc*ligne_age_exact[col_inf] + (1-coeff_anc)*ligne_age_exact[col_inf
    +1])
248
249 rente_mens <- rente_A/12
250 PM = 0
251 i = 1
252
253 while(age_ent*12 + i + anc_mens < n*12){
254
255     nb_inv_dans_i_mois = inv_exact(age_ent, anc_annee+i/12, tab_mensuelle)
256
257     if(!is.na(nb_inv_dans_i_mois)){
258
259         PM = PM + nb_inv_dans_i_mois/nb_inv_anc_exacte * rente_mens * 1/(1+taux)^(i/12)
260     }
261     i = i+1
262
263 }
264 prorata = floor(age_ent*12 + i + anc_mens) - (age_ent*12 + (i-1) + anc_mens) #On calcul le prorata du
    dernier mois qui n'est pas forcement entier selon le jour de naissance de l'assure
265 nb_inv_dernier_mois = inv_exact(age_ent, anc_annee + i/12, tab_mensuelle)
266
267 PM = PM + prorata * (nb_inv_dernier_mois/nb_inv_anc_exacte)*rente_mens * 1/(1+taux)^(i/12)
268
269 return(PM)
270 }
271 }
272
273 #####Calcul de la pm pour tout le portefeuille#####
274
275 PMportefeuille= fonction(assure, table_mensuelle, age_retraite, taux){
276 A=dim(assure)[1]
277 pma0=rep(0,A)
278 for(i in 1:A){
279     pma0[i]= PM_mensuelle(assure[i,1], assure[i,2], table_mensuelle, assure[i,3], taux/100, age_retraite)
280
281 }
282 p= sum(pma0)
283
284 return(p)
285 }
286 #####
287 # Graphe etude statistique
288 #####
289 P= matrix(NA,60, ncol=2)
290 f= NULL
291 G= fonction(anci, B1, B2, n){
292 x= c(21:62)
293 for(age in 21:62){
294     if(age+anci >= 62){
295         f[age-20]= NA
296     }
297     else
298         f[age-20]= PM_mensuelle(age, anci, B1, 17863, 0.52/100, n)/PM_mensuelle(age, anci, B2, 17863, 0.52/100,
    62)
299
300 }
301
302 P= cbind(x, f)
303 return(P)
304 }
305
306
307 #####
308 # CODE SHINY APPLICATION
309 #####
310
311 ui=shinyUI(
312     dashboardPage(
313         dashboardHeader(title="Shiny application", titleWidth = 380),
314         dashboardSidebar(
315             width = 380,
316             sidebarMenu(

```

```

317     id = "tabs",
318     menuItem(
319         "A propos",
320         tabName = "about",
321         icon = icon("question") #'info'
322     ),
323     menuItem("Prolongement et mensualisation de la table d'invalidité",
324         tabName = 'menuitemOne'),
325
326     menuItem("Probabilité de maintien en invalidité",
327         tabName = "menuitemTwo"
328     ),
329     menuItem("Calcul des provisions mathématiques",
330         tabName = "menuitemThree", collapsible =
331             menuItem("Provision mathématiques pour un assuré", tabName = 'subItemFour'),
332             menuItem("Provision mathématiques pour un assuré", tabName = 'subItemFour'),
333             menuItem("Provision mathématiques pour un portefeuille", tabName = 'subItemFive')
334     ),
335
336     menuItem("Etudes Statistiques",
337         tabName = "menuitem11", collapsible =
338             menuItem("Impact de l'ge de départ à la retraite", tabName = 'subItemFour11'),
339             menuItem("Impact de l'ge de départ à la retraite", tabName = 'subItemFour11')
340     ),
341
342 )
343 )
344 ),
345 dashboardBody(
346     tabItems(
347         tabItem(
348             tabName = "about", fluidRow(
349                 img(src='myImage1.png', width="40%", align = "right"),
350                 h1("Prolongement de tables de maintien en invalidité, impact
351                     du choix des tables et de l'ge de départ à la retraite
352                     sur les garanties invalidité",
353                     style = "font-family: 'Source Sans Pro';
354                     color: #800080; text-align: center;
355                     padding: 150px")
356                 ,
357                 fluidRow(
358                     column(12,
359                         column(9, h3("Préparé par:", style = "font-
360                             weight:bold;font-style: italic;color
361                             :#000000"),
362                             h3("Léonie Le Bastard", style="font-
363                                 size: 18px;color:#000000"),
364                             h3("Houda Benabderrahman", style="font-
365                                 size: 18px;color:#000000"),
366                             h3("Malika Traoré", style="font-size:
367                                 18px;color:#000000")),
368                     column(3, h3("Encadré par:", align = "left",
369                         align = "left", style = "font-weight:bold;
370                         font-style: italic;color:#000000"), h3("
371                         Mr. Franck Vermet", style="font-size: 18px
372                         ;color:#000000"),
373                     h3("Mme. Korotoumou Traoré", align = "left",
374                         style="font-size: 18px;color:#000000")))
375                 )),
376         tabItem(
377             tabName = "menuitemOne",
378             fluidRow(
379                 column(4,
380                     sliderInput("n", "Age de départ à la retraite :", 62, 70, 65)
381                     ,
382                     downloadButton("downloadData", "Télécharger la table prolongée")
383                 ),
384                 column(4,
385                     radioButtonButtons(inputId = "tablei", label = "Table d'invalidité",
386                         choices = c(("BCAC2010"), ("BCAC2013")))
387                     ),
388                 fileInput("file_inv", "Entrez votre table d'invalidité (.csv) :", accept=".csv")
389                 ,
390                 checkboxInput('header', 'Header', TRUE)
391             )
392         )
393     )
394 )

```

```

386     ),
387     column(4,
388         radioButtons(inputId = "tablem", label = "Table de mortalité",
389                     choices = c(("TD88-90"), ("TV88-90"),("TH0002"),("TF0002")))
390     ),
391     fileInput("file_mort", "Entrez votre table de mortalité (.csv) :",accept=".csv"
392             ),
393     checkboxInput('header', 'Header', TRUE), #
394
395     sliderInput(inputId = 'coeff_morta', label = "Coefficient de majoration appliqué à la table de mortalité", min = 0, max = 100, value =0, step = 1)
396 )
397 ),
398 ),
399
400 fluidRow(
401     column(12,
402         tabBox(width= NULL,
403
404             tabPanel(title = "Table d'invalidité", div(style= 'overflow-x: scroll',
405                 tableOutput("tableInv"))),
406             tabPanel(title= "Table de mortalité", tableOutput("tableMor")),
407             tabPanel(title= "Table prolongée",div(style= 'overflow-x: scroll',
408                 tableOutput("tableprolonge")) ),
409             tabPanel(title= "Table prolongée et mensualisée",div(style= 'overflow-x:
410                 scroll',
411
412                     tableOutput("
413                         tablemensualise
414                     "))),
415
416             tabPanel("Explications",
417                 tags$iframe(style="height:500px; width:100%; scrolling=yes,
418                     border:none",
419                     src="http://stockage.univ-brest.fr/~vermet/calcul.
420                         actuariel/prolongement_de_la_table_de_maintien_
421                         en_invalidite.pdf
422                     ")
423             )
424         )
425     )
426 ),
427
428
429
430 tabItem(tabName = "menuitemTwo",
431
432     fluidRow(
433         column(12,
434             tabBox(width= NULL,
435
436                 tabPanel(title = "calcul",
437
438                     fluidRow(
439                         column(4,
440
441                             numericInput("age_exactep", "Age d'entrée en invalidité :", 47.53),
442                             numericInput("anciennetep", "Ancienneté exacte (en années) :", 8.24),
443                             numericInput("anciennete_f", "Maintien en invalidité (en années) :", 1) #,
444                         ),
445
446                         column(4,
447
448                             radioButtons(inputId = "tableiP", label = "Table d'invalidité",
449                                     choices = c(("BCAC2010"), ("BCAC2013")))
450                         ),
451
452                         fileInput("file_invP", "Entrez votre table d'invalidité (.csv) :",accept=".csv"
453                                 ),
454                         checkboxInput('header', 'Header', TRUE)
455                     ),
456                         column(4,
457                             radioButtons(inputId = "tablemP", label = "Table de mortalité",
458                                     choices = c(("TD88-90"), ("TV88-90"),("TH0002"),("TF0002")))
459                         )

```



```

460         ),
461         fileInput("file_mortP", "Entrez votre table de mortalité (.csv) :", accept=".csv"),
462         checkboxInput('header', 'Header', TRUE) #,
463     ) ),
464     fluidRow(
465         column(12,
466             h4("Probabilité de maintien en invalidité"), #, align= "center"),
467             span(textOutput("selected_maintien"), style="color:teal")
468         )
469     ),
470     tabPanel(title = "Explications",
471         tags$Iframe(style="height:500px; width:100%; scrolling=yes, border:none",
472             src="http://stockage.univ-brest.fr/~vermet/calcul.actuariel/proba_
473             de_maintien_en_invalidite.pdf")
474     )
475 ),
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487 ),
488
489
490 tabItem(tabName = 'subItemFive',
491     fluidRow(
492         column(12,
493             tabBox(width= NULL,
494                 tabPanel(title = "calcul" ,
495                     fluidRow(
496                         column(4,
497                             fileInput("file_assure", "Entrez votre table d'assurés (.csv) :", accept=
498                                 ".csv"),
499                             downloadButton("download_assures", "Télécharger un modèle"),
500                             h1("      " ),
501                             numericInput("age_retraiteP", "Age de départ à la retraite", 65),
502                             sliderInput("Tauxx", "Taux d'actualisation :", -0.50, 1, 0.52)
503                         ),
504                         column(4,
505                             radioButtons(inputId = "tableiPP", label = "Table d'invalidité",
506                                 choices = c(("BCAC2010"), ("BCAC2013")))
507                             ),
508                             fileInput("file_invP", "Entrez votre table d'invalidité (.csv) :", accept=
509                                 ".csv")
510                         ),
511                         column(4,
512                             radioButtons(inputId = "tablemPP", label = "Table de mortalité",
513                                 choices = c(("TD88-90"), ("TV88-90"), ("TH0002"), ("TF0002")))
514                             ),
515                             fileInput("file_mortP", "Entrez votre table de mortalité (.csv) :",
516                                 accept=".csv")
517                         )
518                     ) ),
519                 fluidRow(
520                     column(12, offset=0, h3("Résultat du calcul"), span(h3(textOutput("pmporte")), style="
521                         color:teal"),
522                         , align= "center")
523                 )
524             )
525         ),
526         tabPanel(title = "Explications",

```

```

537         tags$Iframe(style="height:500px; width:100%; scrolling=yes, border:none",
538             src="http://stockage.univ-brest.fr/~vermet/calcul.actuariel/PM_du_
                    portefeuille%20(1).pdf
                    ")
539     )
540 )
541 )
542 )
543 ),
544
545
546
547
548     tabItem(tabName = 'subItemFour',
549         fluidRow(
550             column(12,
551                 tabBox(width= NULL,
552
553                     tabPanel(title = "calcul" ,
554                         fluidPage(
555                             fluidRow(
556                                 column(12,
557                                     fluidRow(column(8,
558                                         column(5,
559                                             checkboxGroupInput(inputId = "tableipm", label = "
560                                                 Table(s) d'invalidité",
561                                                     choices = c(("BCAC2010"), ("
562                                                         BCAC2013")),selected='BCAC2010'
563
564                                             ),
565                                             checkboxGroupInput(inputId = "tablempm", label = "
566                                                 Table(s) de mortalité",
567                                                     choices = c(("TD88-90"), ("TV88-90"
568                                                         ),("TH0002"),("TF0002")),
569                                                         selected='TH0002'
570
571                                             ),
572                                             numericInput("age_exacte", "Age d'entrée en invalidité
573                                                 ", 47.53),
574                                             numericInput("anciennete", "Ancienneté annuelle exacte
575                                                 ", 8.24),
576                                             numericInput("rente","Rente annuelle d'invalidité",
577                                                 17863),
578                                             numericInput("age_retraite", "Age de départ à la
579                                                 retraite", 65)
580
581                                         ),
582                                         column(3,offset=0,sliderInput("Taux", "Taux d'actualisation",
583                                             -0.50, 1, 0.52),uiOutput("sliders"))
584
585                                     ),
586                                     column(4,offset=0,h4("Résultat"),tableOutput("pmindiv"))
587
588                                 )
589
590                             )
591
592                         ),
593                     tabPanel(title = "Explications",
594                         tags$Iframe(style="height:500px; width:100%; scrolling=yes, border:none",
595                             src="http://stockage.univ-brest.fr/~vermet/
596                                 calcul.actuariel/Calcul_de_la_PM.pdf
597
598                             ") )
599
600                         )
601
602                     )
603
604                 ),
605                 tabPanel(title = "Graphe" ,
606                     fluidRow(
607                         column(3,
608                             numericInput("ancienneteE", "Ancienneté exacte (en années) :", 0)
609
610                         ),
611                         column(3,
612                             radioButtons(inputId = "tableiES", label = "Table d'invalidité",
613                                 choices = c(("BCAC2010"), ("BCAC2013")))
614
615                         )
616
617                     )
618
619                 )
620
621             )
622
623         )
624
625     ),
626
627     tabItem(tabName = "subItemFour11",
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637

```

```

608         )
609     ),
610     column(3,
611         radioButtons(inputId = "tablemES", label = "Table de mortalité",
612                     choices = c(("TD88-90"), ("TV88-90"), ("TH0002"), ("TF0002")))
613     )
614 )
615 )
616 )
617 ),
618 fluidRow(
619     column(6,
620         plotOutput("grapheimpact")
621     )
622 )
623 )
624 )
625 )
626 )
627 )
628 )
629 )
630 )
631 )
632 )
633 )
634 )
635 )
636 )
637 )
638 )
639 )
640 server=shinyServer(
641     function(input, output) {
642         #####
643         output$tableInv <- renderTable({
644             C<-lireBcacD(input$file_inv, input$header, input$tablei)
645             data.frame(C)
646         })
647     }
648 )
649 #####
650 output$tableMor <- renderTable({
651     C<-lireMortaliteD(input$file_mort, input$header, input$tablem)
652     data.frame(C)
653 })
654 )
655 )
656 #####
657 tab_pro <- reactive({
658     invalidite<- as.data.frame(lireBcacD(input$file_inv, input$header, input$tablei))
659     mortalite <- as.data.frame(lireMortaliteD(input$file_mort, input$header, input$tablem))
660 )
661 X=prolonger(mortalite, invalidite, input$n, input$coeff_morta)
662 return(data.frame(X))
663 }
664 output$tableprolonge <- renderTable({
665     tab_pro()
666 })
667 )
668 )
669 #####
670 output$downloadData <- downloadHandler(
671     filename = function() {
672         return("Table_prolongee.csv")
673     },
674     content = function(file) {
675         write.csv2(tab_pro(), file, row.names = FALSE)
676     }
677 )
678 )
679 #####
680 output$tablemensualise <- renderTable({
681     invalidite<- as.data.frame(lireBcacD(input$file_inv, input$header, input$tablei))
682     mortalite <- as.data.frame(lireMortaliteD(input$file_mort, input$header, input$tablem))
683 )
684 X=prolonger(mortalite, invalidite, input$n, 0)
685 )
686 menu = mensualisation(X)
687 data.frame(menu)
688 }
689 )
690 #####

```

```

691 output$selected_maintien<- renderText({
692   invalidite<- as.data.frame(lireBcacD(input$file_invP,input$header,input$stableiP))
693   mortalite <- as.data.frame(lireMortaliteD(input$file_mortP,input$header,input$stablemP))
694
695   N= ceiling(input$age_exactep +input$anciennete_f +input$anciennetep)
696
697
698   if( N> 105){
699     Texte = " ATTENTION: la somme de l' ge d'entrée et de l'ancienneté dépasse l' ge maximal de la
700     table de mortalite"
701   }
702   else{
703
704     if(N>= ncol(invalidite)+20){
705       print("condition")
706       X=prolonger(mortalite, invalidite, N+1, 0)
707     }else{
708       X = invalidite
709     }
710
711
712     menu = mensualisation(X)
713
714     P= round(probamaintien(input$age_exactep ,input$anciennetep ,menu,input$anciennete_f), 3)
715     #
716     Texte= paste(c("La probabilité pour qu'un individu entré en invalidité à l' ge ", " an(s) et
       invalide depuis ", " an(s) soit encore en invalidité dans ", " an(s) est de" ),c(input$age_
       exactep ,input$anciennetep ,input$anciennete_f,P))
717
718   }
719
720   Texte
721   #
722
723 })
724
725 #####
726 output$sliders <- renderUI({
727   lapply(1:length(input$stablempm), function(i) {
728     sliderInput(inputId = paste0("morta", i), label = paste("Coefficient de majoration",input$
       tablempm[i]),min = 0, max = 100, value =0, step = 1)
729   })
730
731 })
732
733 #####
734 output$pmindiv <-renderTable({
735   invchosen = reactive({
736     input$stableipm
737   })
738   mortachosen = reactive({
739     input$stablempm
740   })
741
742   #####
743   r=matrix(NA,length(mortachosen()),length(invchosen()),dimnames =list(input$stablempm,input$stableipm
       ))
744   new.names=NULL
745   for (i in 1:(length(mortachosen()))){
746
747     new.names[i]=paste(c("Table"," majorée de "," % "),c(input$stablempm[i],input[[paste0("morta", i)
       ]]),""),collapse = "")
748     for (j in 1:(length(invchosen()))){
749
750       invalidite<- as.data.frame(lireBcac((input$stableipm[j])))
751
752       mortalite<- as.data.frame(lireMortalite(input$stablempm[i]))
753
754       X=prolonger(mortalite, invalidite ,input$age_retraite +1,input[[paste0("morta", i)]])#
       recuperer l'id des sliders inputs
755
756       menu = mensualisation(X)
757       r[i,j]= PM_mensuelle(input$age_exacte, input$anciennete, menu, input$rente,input$Taux/100,
       input$age_retraite)
758     }
759   }
760 }
761 row.names(r)<-new.names
762 r
763
764 }
765 ,striped = TRUE, bordered = TRUE,hover = TRUE,include.rownames=TRUE,spacing="1")

```

```

766 #####
767 output$mporte <- renderText({
768   invalide<- as.data.frame(lireBcacD(input$file_inv,input$header,input$tableiPP))
769   mortalite <- as.data.frame(lireMortaliteD(input$file_mort,input$header,input$tablemPP))
770   assure<- as.data.frame(lireAssure(input$file_assure,input$header))
771
772   X=prolonger(mortalite , invalide , input$N+1,0)
773
774   mensu = mensualisation(X)
775
776   PMportefeuille(assure,mensu, input$age_retraiteP
777     , input$Tauxx)
778 })
779 #####
780 output$download_assures <- downloadHandler(
781   filename = function() {
782     return("modele_assures.csv")
783   },
784   content = function(file) {
785     write.csv2(modele, file , row.names = FALSE)
786   }
787 )
788 #####
789 output$grapheimpact <- renderPlot({
790   invalide<- as.data.frame(lireBcacD(input$file_inv,input$header,input$tableiES))
791   mortalite <- as.data.frame(lireMortaliteD(input$file_mort,input$header,input$tablemES))
792   X1=prolonger(mortalite , invalide , 66,0)
793   X2=prolonger(mortalite , invalide , 63,0)
794   B1= mensualisation(X1)
795   B2= mensualisation(X2)
796
797   s1= G(input$ancienneteE ,B1,B2,65)
798
799   s2= G(input$ancienneteE ,B1,B2,64)
800   s3= G(input$ancienneteE ,B1,B2,63)
801   plot(s1[,1],s1[,2], type= 'l', xlab = "ge d'entrée en invalidité", ylab= 'PMi/PM62 ans', main =
802     "Impact de l'ge de départ à la retraite sur les PM" )
803   lines(s2[,1],s2[,2], type= 'l',col= 'red')
804   lines(s3[,1],s3[,2], type= 'l',col= 'blue')
805
806   legend("topleft", legend=c("PM65/PM62", "PM64/PM62", "PM63/PM62"),
807     col=c("Black", "red", "blue"), lty=1:2, cex=0.8)
808 }
809 )
810 }
811 )
812
813
814
815 shinyApp(ui = ui , server = server)

```

EURIA
6 Avenue Victor le Gorgeu,
29200 Brest
