

Université de Bretagne Occidentale  
UFR Sciences et Techniques  
LICENCE ENTREE A, IMP

ALGEBRE ET ANALYSE

Partiel mi-semestre de rattrapage, le 14 avril 2006, 9h00-10h00

Documents et calculatrices sont interdits.

Barème indicatif. Question de cours : **4 pts**, exercice 1 : **6 pts**, exercice 2 : **5 pts**, exercice 3 : **5 pts**

**Question de cours.** Énoncer le Théorème de la division euclidienne.

**Exercice 1.** Soit  $E$  l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4\}$  et soit  $f: E \rightarrow E$  l'application définie par

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 2.$$

- Déterminer  $f \circ f$
- Montrer que  $f \circ f \circ f \circ f = f$ .
- A-t-on  $f \circ f \circ f = \text{id}$ ? Pourquoi?
- Est-ce que  $f$  est bijective?
- Déterminer le sous-ensemble  $f(\{1, 2\})$  de  $E$ .
- Déterminer le sous-ensemble  $f^{-1}(\{2, 3\})$  de  $E$ .

**Exercice 2.** Montrer par récurrence que l'entier  $2^{3^n} - 2$  est divisible par 3 quel que soit  $n \in \mathbb{N}$ .

**Exercice 3.** a. Déterminer les racines carrées du nombre complexe  $15 - 8i$ .

b. Déterminer les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation

$$z^2 + (2 - 3i)z - (5 + i) = 0.$$